

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



/ Кургалин С. Д.  
28.02.2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.44 Методы оптимизации

**1. Код и наименование направления подготовки:**

09.03.02 Информационные системы и технологии

**2. Профиль подготовки/специализация:**

встраиваемые вычислительные системы и интернет вещей;  
информационные системы в телекоммуникациях;  
информационные системы и сетевые технологии;  
информационные системы и технологии в управлении предприятием;  
обработка информации и машинное обучение;  
программная инженерия в информационных системах.

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** цифровых технологий

**6. Составители программы:** Атанов Артем Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры цифровых технологий

**7. Рекомендована:** протокол НМС ФКН № 3 от 25.02.2022

**8. Учебный год:** 2024-2025

**Семестр:** 5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- *развитие представлений о месте теории оптимизации в системе математических дисциплин;*
- *ознакомление с возможностями применения методов оптимизации при решении задач профессиональной деятельности.*

*Задачи учебной дисциплины:*

- *изучение теоретических основ и базовых понятий методов оптимизации;*
- *изучение численных и аналитических методов оптимизации, их достоинств и недостатков, условий их применимости;*
- *приобретение навыков построения и анализа математических моделей в области оптимизации.*

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знать: основные понятия теории оптимизации, постановку классических задач оптимизации и базовых алгоритмов их решения.  Уметь: применять аналитические и численные методы для решения простейших оптимизационных задач.  Владеть: математическим аппаратом решения оптимизационных задач.
		ОПК-1.2	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Знать: области применения теории оптимизации.  Уметь: формулировать задачи профессиональной деятельности с использованием теории оптимизации.  Владеть: практическими навыками исследования математических моделей прикладных задач оптимизации.

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.: 3 / 108.

**Форма промежуточной аттестации:** зачёт с оценкой

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			5 семестр
Аудиторные занятия		72	72
в том числе:	лекции	36	36
	практические	36	36
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа		36	36
в том числе: курсовая работа (проект)		0	0
Форма промежуточной аттестации — зачёт с оценкой		0	0
Итого:		108	108

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация.	Содержание предмета и область применения методов оптимизации. Целевая функция. Задача конечномерной оптимизации. Классы задач оптимизации. Формализация экстремальных задач. Примеры задач оптимизации.	
1.2	Линейное программирование.	Виды задач линейного программирования, формулировка задачи линейного программирования в общей, канонической и стандартной формах. Графический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод при известном допустимом базисном решении. Экономическая интерпретация симплекс-метода. Нахождение начального допустимого базисного решения методом искусственного базиса. Двойственная задача линейного программирования. Экономическая интерпретация двойственных переменных.	
1.3	Целочисленное программирование.	Постановка задачи целочисленного программирования. Метод ветвей и границ. Метод Гомори.	
1.4	Транспортная задача.	Классическая транспортная задача. Метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости нахождения опорного плана. Метод потенциалов. Транспортная задача с промежуточными пунктами. Задача о назначениях. Задача выбора кратчайшего пути.	
1.5	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	Формулировка задачи нелинейного программирования. Численные методы безусловной оптимизации функции одной переменной. Численные методы оптимизации функций многих переменных (методы нулевого, первого и второго порядков).	
1.6	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	Метод множителей Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Условия оптимальности. Численные методы условной оптимизации.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Линейное программирование.	Графический метод решения задачи линейного программирования. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Методы искусственного базиса (двухэтапный симплекс-метод, метод больших штрафов). Двойственная задача линейного программирования.	

		ния.	
2.2	Целочисленное программирование.	Метод ветвей и границ. Метод Гомори (отсекающий плоскостей).	
2.3	Транспортная задача.	Методы построения опорного плана транспортной задачи (методы северо-западного угла, минимального элемента, Фогеля). Метод потенциалов. Задача о назначениях.	
2.4	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	Численные методы безусловной оптимизации функции одной переменной. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы нулевого порядка. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы первого порядка. Численные методы оптимизации функций многих переменных. Методы второго порядка.	
2.5	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	Метод множителей Лагранжа. Численные методы условной оптимизации.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация.	2	0	0	2	4
2	Линейное программирование.	10	10	0	6	26
3	Целочисленное программирование.	4	4	0	6	14
4	Транспортная задача.	4	4	0	6	14
5	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	12	14	0	12	38
6	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	4	4	0	4	12
	Итого:	36	36	0	36	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленного на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется коли-

чество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателя, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Горлач, Б.А. Исследование операций : [учебное пособие] / Б.А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168479">https://e.lanbook.com/book/168479</a> >.
2	Лесин, В. В. Основы методов оптимизации [Электронный ресурс] / Лесин В. В., Лисовец Ю. П. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 344 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=86017">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=86017</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Пантелеев А. В., Летова Т. А. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика». — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460</a> >.
2	Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] / Ашманов С. А., Тимохов А. В. — 2-е, Стереотипное. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 448 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799</a> >.
3	Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Акулич И. Л. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0916-7. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2027">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2027</a> >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Пантелеев А. В., Летова Т. А. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика». — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67460</a> >.
2	Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] / Ашманов С. А., Тимохов А. В. — 2-е, Стереотипное. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 448 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3799</a> >.

3	Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Акулич И. Л. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0916-7. — <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2027>.
---	--

### **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17», мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение. Задачи оптимизации и их классификация.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 1
2	Линейное программирование.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 1
3	Целочисленное программирование.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 2
4	Транспортная задача.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 2
5	Задачи нелинейного программирования без ограничений.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 3
6	Задачи нелинейного программирования с ограничениями.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Контрольная работа № 3
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт с оценкой				Перечень вопросов к зачёту

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа.

Текущий контроль успеваемости проводится в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

При выставлении оценок используется следующая шкала:

0-24 балла — неудовлетворительно;

25-34 балла — удовлетворительно;

35-44 балла — хорошо;

45-50 баллов — отлично.

### Примерные задания для контрольных работ

#### Контрольная работа № 1

**Задание 1 (20 баллов).** Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 4x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задание 2 (30 баллов).** Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$\begin{cases} z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 42, \\ 3x_1 + x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Контрольная работа № 2

**Задание 1 (20 баллов).** Используя метод потенциалов, найти оптимальный план перевозок для транспортной задачи (для построения начального опорного плана использовать метод северо-западного угла)

Пункты	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	Предложение
$A_1$	1	5	2	2	6	100
$A_2$	3	6	3	4	3	15
$A_3$	8	10	4	5	8	90
<b>Спрос</b>	30	40	55	70	10	

**Задание 2 (20 баллов).** Решить задачу нелинейного программирования, используя метод множителей Лагранжа

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4z \rightarrow \min \\ 6x + 2z = 2. \end{cases}$$

**Задание 3 (10 баллов).** Решить задачу о рюкзаке, если известны его вместимость  $W = 7$ , количество предметов  $p = 5$ , а также масса  $w$  и ценность  $v$  каждого предмета

<b>i</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>w</b>	2	3	5	1	8
<b>v</b>	1	4	2	5	3

### Контрольная работа № 3

**Задание 1 (10 баллов).** Найти точки экстремума функции  $f = \frac{1}{1+x^2}$

**Задание 2 (15 баллов).** Найти минимум функции  $f = \frac{x^2}{2} - 3$  методом деления интервала пополам на отрезке  $[0; 5]$  с точностью  $\varepsilon = 0.1$ .

**Задание 3 (25 баллов).** Найти минимум функции  $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_2^2 - 17x_1$  методом Ньютона с точностью  $\varepsilon = 0.0001$ . В качестве начальной точки выберите  $x^{(0)} = (0; 0)^T$ .

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к зачёту.

### Перечень вопросов к зачёту

1. Постановка задачи конечномерной оптимизации. Классификация задач оптимизации.

2. Задача линейного программирования. Формы записи задачи линейного программирования. Геометрический метод решения задачи линейного программирования.
3. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Теоретические основы симплекс-метода.
4. Построение начального допустимого базисного решения. Метод больших штрафов (М-метод).
5. Построение начального допустимого базисного решения. Двухэтапный метод.
6. Анализ чувствительности модели.
7. Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности.
8. Двойственный симплекс-метод. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
9. Целочисленное линейное программирование. Метод ветвей и границ.
10. Целочисленное линейное программирование. Метод отсекающих плоскостей (Гомори).
11. Транспортная задача. Методы построения опорного плана транспортной задачи.
12. Решение транспортной задачи. Метод потенциалов.
13. Транспортные задачи особого вида. Задача о назначениях.
14. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции одной переменной.
15. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Методы нулевого порядка.
16. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Методы первого порядка.
17. Нелинейное программирование. Безусловная оптимизация функции многих переменных. Методы второго порядка.
18. Нелинейное программирование. Оптимизация при наличии ограничений в виде равенств. Метод множителей Лагранжа.
19. Нелинейное программирование. Оптимизация при наличии ограничений в виде неравенств. Условия Куна-Таккера.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------------------	--------------

Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся в целом верно отвечает на вопросы, даёт правильные ответы более чем на половину дополнительных вопросов. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении. Даёт правильные ответы менее чем на половину дополнительных вопросов.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе. Не даёт верных ответов на дополнительные вопросы.	–	Неудовлетворительно